24 ноября 2021 г. 13:38

Нахождение древесной декомпозиции

$c^{tw(G)}$

$tw(G)=\Omega(n)$

$k=tw(G)$ → $f(k)\cdot poly(n)$ → exact → $k^{O(k^3)}\cdot n$

→ approx → $2k+1$ за $c^k\cdot poly(n)$

→ k^2 за $k^7\cdot n\log n$

→ $5k+4$ за $2^{6.755k}\cdot poly(n)$

$k=tw(G)$ → c^n → exact $\exists\ 1.7347^n$

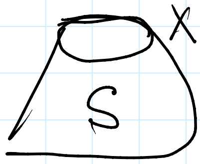
$\max(2^{tw(G)}\cdot poly, 1.7347^n)$

P → G с маленьким tw → ваш алг-м $2^{tw(G)}$

n $\quad tw\le\frac{1}{10}n$

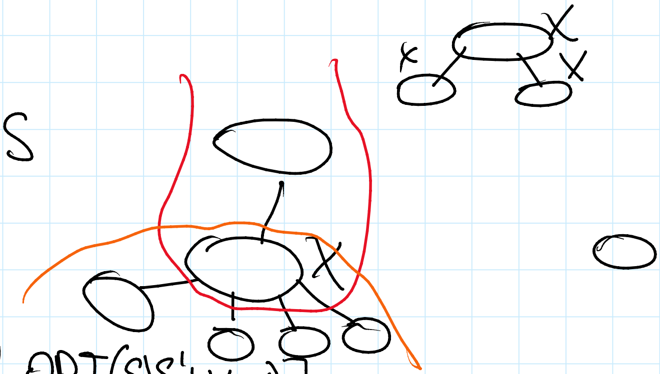
Treewidth за c^n

$OPT(S,X)$ = min ширина древ. декомп. графа $G[S]$, если одна из сумок $=X$



$OPT(S,X)=+\infty$, если $X\not\subseteq S$

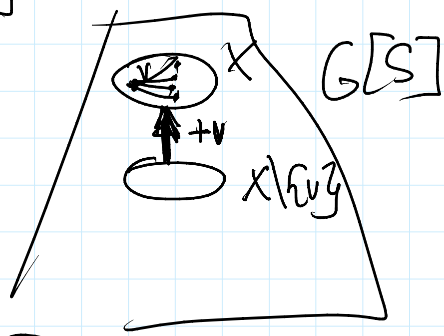
$OPT(S,X)=|X|$, если $X=S$



$$OPT(S,X)\ (X\subsetneq S) = \min_{X\subseteq S'\subsetneq S}\left[OPT(S',X), OPT(S\setminus S'\cup X, X)\right]$$

$$OPT(S,X) = \min_{\substack{v\in X\\ S\cap N[v]\subseteq X}}\left\{\max\{|X|, OPT(S\setminus v, X\setminus v)\}\right\}$$

$$OPT(S,X) = \min_{v\in X} OPT(\underbrace{S,}\underbrace{X\cup\{v\}})$$



$3^n\cdot 2^n=6^n$

$OPT(V(G),\varnothing)$

Treewidth за 2^n

$$Pathwidth(G)=\min_{H\text{-интерв. надграф}}\omega(H)$$

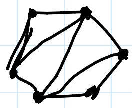
р-р макс. клики

H – интерв. надграф G

$$\mathrm{Treewidth}(G) = \min_{\substack{H\text{ – хорд.} \\ \text{надграф } G}} \omega(H)$$

def Хордальный граф H – такой граф, что у любого цикла длины > 3 есть хорда

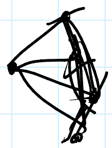
$\Updownarrow$ не содержит инд. цикла длины >3



def Хордальный надграф наз-ют триангуляция

def Симплициальная вершина (simplicial vertex)

$G[N[v]]$ яв-ся полным графом



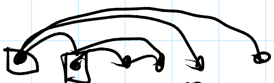
Thm В хордальном графе есть симпл. вершина

Утв Инд. подграф хорд. графа хордальный

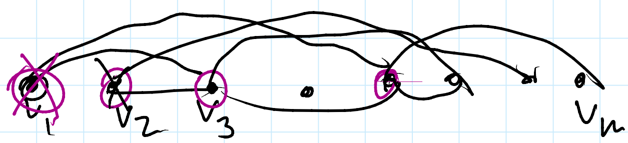
def perfect elim. ordering – посл-ть вершин

$v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$

такая, что $\forall i$ $|N[v_i] \cap \{v_{i+1}, \dots, v_n\}|$ образуют клику



Thm Хордальный граф $\iff$ допускает p.e.o.



$G + \pi \longrightarrow$ хорд. доп. с p.e.o. π $\longleftarrow$ легко! за poly(n)

$\forall \pi$ с р.е.д. π

$$tw(G) = \min_{\pi} \omega(T(G,\pi)) \qquad 2^{w}$$