# Разбор ДЗ (#1, #2) $j>i$

1. $\tau(k,k) \le \tau(i,j)$ $\quad \frac{i+j}{2}$ $\quad i \le j$ $\quad \tau(i,j) \ge \tau(i+\varepsilon, j-\varepsilon)$

$x^k - 2 = 0$ $\quad$ $x^j - x^{j-i} - 1 = 0$ $\quad -\frac{j}{2} + \frac{i}{2} = \frac{i-j}{2}$

корень этого $\subseteq$ корня этого

$x^{\frac{i+j}{2}} - x^{\frac{j-i}{2}} - x^{\frac{i-j}{2}} = 0$

$c^k =$

Для $x>1$ $x^k - 2$ возр.

$x^k - 2 \ge 0$ при $x = \tau(i,j)$

$\tau(i,j)^k \ge 2$ $\quad k = \frac{i+j}{2}$ $\quad c^k - 2 = c^{\frac{i+j}{2}} - 2$, $c = \tau(i,j)$

$$c^{\frac{i+j}{2}} - 2 \ge 0$$

$$c^{\frac{j-i}{2}} + c^{\frac{i-j}{2}} \ge 2$$

$x + \frac{1}{x} \ge 2$ при $x \ge 1$

$$x^2 + 1 \ge 2x$$

$$(x-1)^2 \ge 0$$

2. $\tau(1,6) \le \tau(2,3) = \tau(1,5) < \tau(2,5,5) < \tau(3,4,4)$

$x^3 - x - 1 = 0$ $\quad \frac{x^5 - x^4 - 1}{x^3 - x - 1} = \underbrace{x^2 - x + 1}$

$x^5 - x^4 - 1 = 0$

3. $\tau(1,5) > \tau(3,3)$

$$\begin{array}{ccc} & (1,5) & \\ \swarrow & & \searrow \\ (3,3) & & (1,5) \end{array}$$

$(1,5) \nearrow (4,4,5)$

$(4,4,5)$

$(1,5) \to (1,8,8) \to 1.327^n$ $\quad T(n, \underbrace{con}(3,3))$

$(4,4,8,8)$

$T(n,0)$

$$\begin{cases} T(n,0) \geq T(n-1,0) + T(n-5,1) \\ T(n,0) \geq T(n-1,1) + T(n-5,0) \\ T(n,0) \geq \underbrace{T(n-1,1) + T(n-5,1)} \\ T(n,1) \geq \underbrace{T(n-3,0) + T(n-3,0)} \end{cases}$$

Br rule 1 $\quad (1,5)$
Br rule 2 $\quad (3,3)$

4. $(n,3)$-MAX-2-SAT $\to$ max2sat

$$l_1 \wedge (l_1 \vee l_2) \wedge (l_3 \vee l_4)$$

<u>BR1</u> Возьмем произв. перем. X

Пусть Y = мн-во всех переменных, которые вх. в какой-то клоз вместе с X.

$\cancel{(x \vee y)}$

$(x \quad )$

$$|Y| \leq 3$$

Для каждого из $2^{|Y|}$ озн. перем. в Y $\sigma$

$$\mathrm{max2sat}(\varphi) = \max_{\sigma: Y \to \{0,1\}} \{\mathrm{max2sat}(\varphi|_\sigma) + \text{число клозов, вып. } \sigma\}$$

RR1 Если пер. x встреч. в клозах длины 1 и только, то выберем жадно (autark)

$\underbrace{(3,3,3,\dots,3)}_{8} \leftarrow (1) \quad \underbrace{(4,4,\dots,4)}_{8}$

$x^4 = 8$

$x^3 = 8 \leftarrow$

$x^{|Y|+1} = 2^{|Y|}$ $\quad x = 2^{3/4}$ $\quad 2^{1-1/(|Y|+1)}$

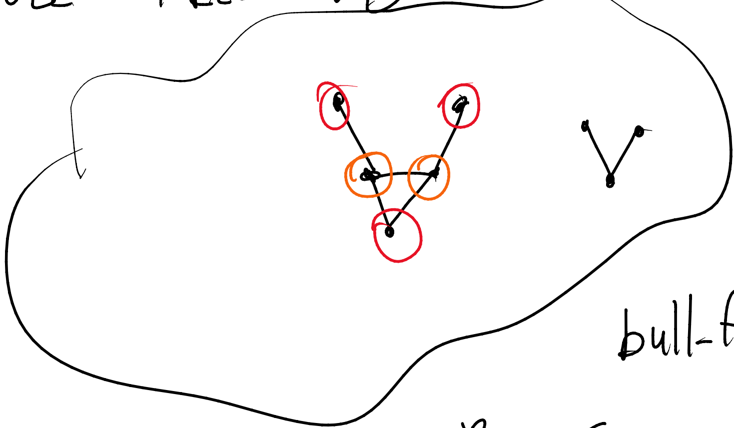
$2^{1-\frac{1}{k}}$

$2^{1-\frac{1}{p(k-1)+1}}$ $\quad (n,\underline{p})$-MAX-$\underline{k}$-SAT

$2$

$$2^{1-\frac{1}{p(k-1)+1}} \quad (n,p)\text{-MAX-}k\text{-SAT}$$

## 5. Bull-Free VD



удалять нельзя

bull_free_vd_ann$(G, P)$

$\le c^{|V(G)|-|P|}$

**RR1** Если $G$ уже Bull-free, то можно закончить, ответить $0$

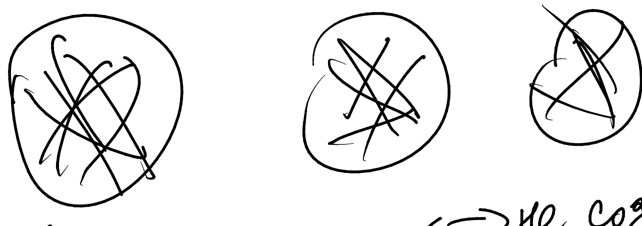
**BR1** Зафикс. бык $B$ $\quad 2^5-1$

[ Если $B \subseteq P$, то $+\infty$

$$(2^5-1)^{1/5} \qquad bfva(G,P) = \min_{\emptyset \subsetneq D \subseteq B \setminus P} (G-D, P \cup B \setminus D)$$

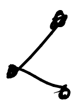
$$5 = |B \setminus P| \times \underbrace{2^{|B\setminus P|}-1}$$

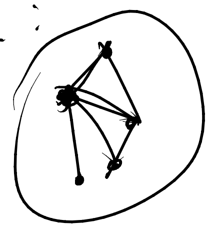
## 6. Cluster Vertex Del



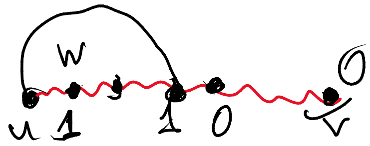
**Утв** Граф явл-ся кластерным $\Leftrightarrow$ не содерж. инд. $P_3$

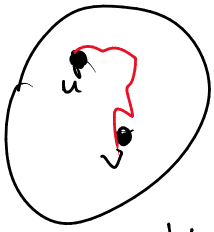
**proof** ✓ Нет $P_3 \Leftarrow$ класт.:





Не класт. $\Rightarrow$ есть инд. $P_3$




$$\left(2^{1/3}-1\right)^{1/3}$$

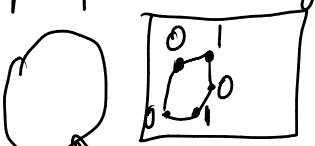
# 132

**1a b.**

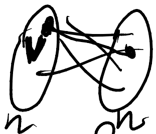
**2** $(2-\varepsilon)^n$ 3-COLORING

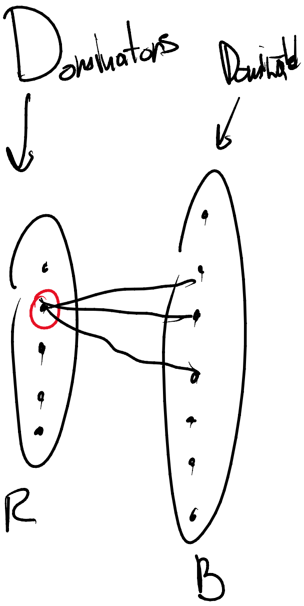
Макс. по включ.

Утв. В k-раскраске один из цветов можно сч. maximal IS




$O^*\left(3^{n/3}\right)$




**3** DOM SET $c^n$

$c^{|R|+|B|} = c^{2n}$ RED-BLUE DOMINATING SET

$c<\sqrt{2}$

$c^{|R|+|B|}$ $1.618^n$ $\exists D \subseteq R$ т.ч. $\forall v\in B\ N(v)\cap D\neq\emptyset$

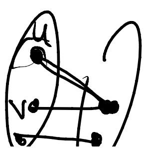
$c<2$

$1.9052^n$ BR1 $v\in R$

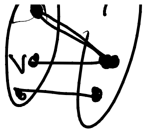
$$rbds(R,B)=\min\begin{cases} rbds(R-v,B) \\ rbds(R-v,B-N(v))+1 \end{cases}$$

$(1, |N(v)|+1)$

$|N(v)|\geq 1$




RR1 $\exists v\in R$ $N(v)=\emptyset$ ret $rbds(R-v,B)$



RR1 $\exists v \in R \quad N(v)=\emptyset \quad$ ret nbds$(R-v, B)$

RR2 $\exists v,u \in R \quad N(u)\subseteq N(v) \quad$ ret nbds$(R-u, B)$

RR3 $\exists v \in R \; u \in B \quad uv \in E(G) \quad |N(u)|=|N(v)|=1 \quad$ ret nbds$(R-v, B-u)+1$

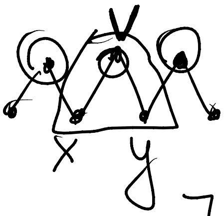
$\tau(1,3) > \sqrt{2}$

$\tau(1,4) < 1.3803$

$(1,3)$

$\tau(1,5) < \sqrt{2}$

Все вершины степени 2 (k-растные)

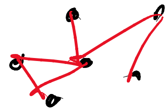


$x \quad y$

полином. решение

рёбра +2 → макс. паросоч.

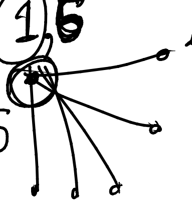
рёбра +1 →



RR4 $\exists u \in B \quad |N(u)|=1=\{v\}$ nbds$(R-v, B-u)+1$

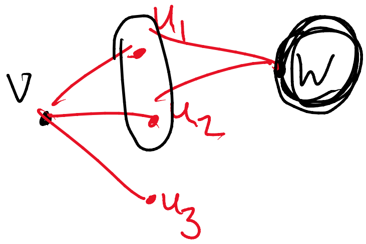
$(4,2)$

(4) $\tau(5,3,6)$



$1,6$ $\quad 4 \quad 3$

deg $=5$



$v \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad W$

$(deg(v)+1, M(v)+1)$

$(4,3)$

$\Delta(G) \le 5$ $\quad (4,2)$

$v, u_1, u_2, u_3$

$(1,6)$ $\quad \boxed{(5,4,6)}$ $\quad 1.2499$

$(4,2)$ $\quad (5,3,6)$

$\boxed{(9,7,3,6)}$ $\quad 1.27753$

$(4,2)$